**10.04.2020 Техническая механика**

**Лекция. Тема: общие сведения о плоских статически определимых фермах. Кинематический анализ фермы.**

**Цель работы:**

**Методические указания :**

1. Изучить лекци.
2. Составить краткий конспект.(Примеры нужно изучить,записывать НЕНУЖНО(!!!))

**Примеры кинематического анализа**

## 

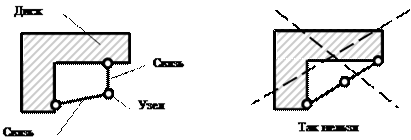
## Правила образования геометрически неизменяемых систем

Любую геометрически неизменяемую часть системы назовем *диском*.

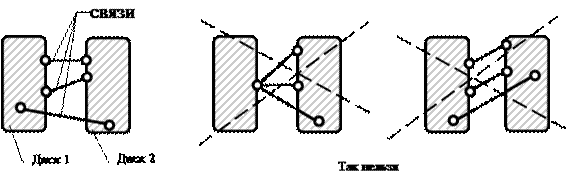
***Правило 1:*** узел присоединяется к диску двумя связями, не лежащими на одной прямой (рис. 3.1).

***Правило 2:***  диск соединяется с другим диском тремя связями, не пересекающимися в одной точке и не параллельными друг другу (рис. 3.2).

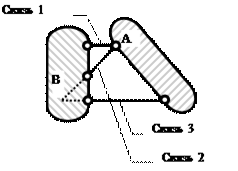
Точка пересечения двух связей может рассматриваться как шарнир – действительный или фиктивный. Поэтому правило 2 можно трактовать как соединение двух дисков с помощью шарнира и одной связи, не проходящей через шарнир. Например, два диска, показанные на рис. 3.3, соединены действительным шарниром А и связью 3. Можно также считать, что диски соединены фиктивным шарниром В и связью 1.



**Рис.3.1. Присоединение узла к диску**



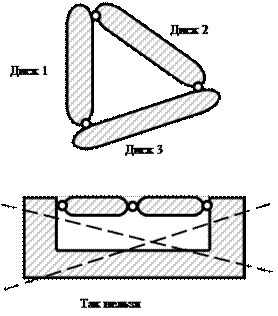
**Рис.3.2. Соединение двух дисков тремя связями**



**Рис.3.3. Соединение двух дисков шарниром и стержнем:**

**А – действительный шарнир; В – фиктивный шарнир**

***Правило 3:*** три диска соединяются друг с другом тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой (рис. 3.4). Шарниры могут быть действительными или фиктивными.



**Рис.3.4. Соединение трех дисков тремя шарнирами**

Если какое-то из указанных правил нарушается, система оказывается геометрически изменяемой или мгновенно изменяемой.

Если система образована с использованием перечисленных правил, она будет обязательно геометрически неизменяемой.

Если при кинематическом анализе в геометрически неизменяемой системе обнаруживается n избыточных связей, то система оказывается n раз статически неопределимой. При отсутствии избыточных связей система является статически определимой.

Системы, образование которых подчиняется указанным правилам, называются системами простого образования. Есть системы, порядок образования которых не может быть установлен с помощью упомянутых выше правил. Для кинематического анализа таких систем применяют иные методы, например метод замены связей, которые в настоящем пособии не рассматриваются.

## Степень свободы системы

Степенью свободы системы *W* называется число независимых параметров, определяющих положение системы в пространстве.

Обозначим:

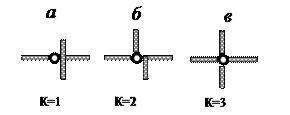
*Д* – число дисков, из которых образована система;

*Ш* – число простых шарниров, соединяющих диски между собой;

*С* – число связей, соединяющих диски между собой;

*С*О – число опорных связей, соединяющих диски с землей.

***Простым*** ***шарниром*** называется шарнир, соединяющий два диска, такой шарнир эквивалентен двум связям. Если шарнир соединяет *d* дисков, то он называется ***кратным шарниром*** и его ***кратность*** *К=d–1* показывает, скольким простым шарнирам он эквивалентен (рис. 3.5).



**Рис.3.5. Простой (*а*) и кратные (*б, в*) шарниры**

Для произвольной плоской системы

*W = 3Д – 2Ш – С – С*О, (1)

причем диски не должны содержать избыточные связи.

Для ферм с шарнирными узлами степень свободы можно определить по более простой формуле

*W = 2У – С – С*О, (2)

где *У* – число узлов фермы; *С* – число стержней фермы; *С*О – число опорных связей.

Если *W* > 0, то система геометрически изменяемая.

Если *W* = 0, то система геометрически неизменяемая и статически определимая.

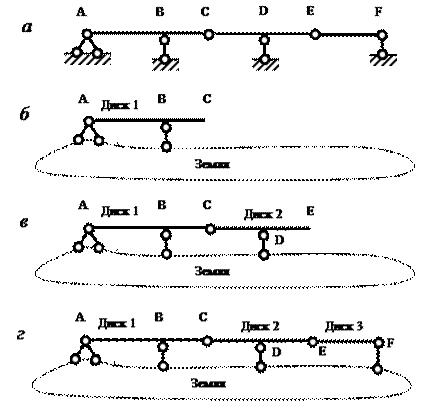
Если *W* < 0, то система геометрически неизменяемая и статически неопределимая.

Важно знать, что условия геометрической неизменяемости *W* = 0 и *W*<0 являются необходимыми, но недостаточными. Для окончательного вывода о виде системы следует анализировать порядок образования системы

***Пример 1.*** Кинематический анализ балки (рис. 3.6, *а*).

Балка собирается в такой последовательности:

1-й этап. К земле, как к диску, присоединяется Диск 1 (стержень АВС) с помощью трех связей (правило 2, рис. 3.6, *б*).



**Рис.3.6. Последовательность сборки балки**

2-й этап. К образовавшейся системе «Земля + Диск 1», как к единому диску, присоединяется Диск 2 (стержень CDE) с помощью шарнира С и опорной связи в точке D (вариант правила 2, рис. 3.6, *в*).

3-й этап. К образовавшейся системе «Земля + Диск 1 + Диск 2», как к единому диску, присоединяется Диск 3 (стержень EF) с помощью шарнира E и опорной связи в точке F (вариант правила 2, рис. 3.6, *г*). Этим и заканчивается сборка балки.

Поскольку образование балки (рис. 3.6, *а*) подчиняется установленным правилам и дополнительных (избыточных) связей не обнаружено, то заданная система является геометрически неизменяемой и статически определимой (ГН СО).

***Пример 2.*** Кинематический анализ фермы (рис. 3.7, *а*).

Ферма собирается в такой последовательности:

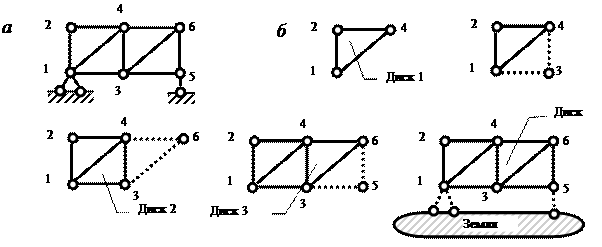
1-й этап. Три стержня (1-2, 2-4, 1-4), как три диска, соединяются тремя шарнирами (1, 2, 4) согласно правилу 3.

2-й этап. К образовавшемуся Диску 1 (1-2-4) присоединяется узел 3 с помощью стержней 1-3 и 4-3 согласно правилу 1.

3-й этап. К образовавшемуся Диску 2 (1-2-4-3) присоединяется узел 6 с помощью стержней 4-6 и 3-6 согласно правилу 1.

4-й этап. К образовавшемуся Диску 3 присоединяется узел 5 с помощью стержней 3-5 и 6-5 согласно правилу 1.

5-й этап. Полученная ферма присоединяется к земле тремя опорными связями согласно правилу 2.



**Рис.3.7. Последовательность сборки фермы: *а* - ферма; *б* - этапы сборки**

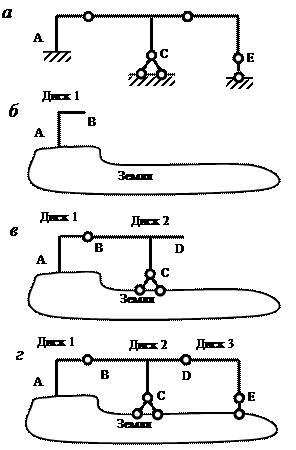
Поскольку образование фермы (рис. 3.7, *а*) подчиняется установленным правилам и дополнительных (избыточных) стержней не выявлено, то заданная система – геометрически неизменяемая и статически определимая (ГН СО).

Ферма может быть собрана и в иной последовательности, но в любом случае вывод будет тем же.

***Пример 3.*** Кинематический анализ рамы (рис. 3.8, *а*).

Рама собирается в такой последовательности:

1-й этап. К земле прикрепляется стержень АВ (Диск 1 на рис. 3.8, б) с помощью жесткого защемления, которое эквивалентно трем связям (правило 2).



**Рис.3.8. Последовательность сборки рамы**

2-й этап. К образовавшейся системе «Земля + Диск 1» присоединяется диск 2 (стержень BCD) с помощью шарнира B и двух связей в точке С (рис. 3.8, *в*).

По правилу 2 достаточно в точке С иметь одну связь, поэтому вторая связь является избыточной.

3-й этап. К получившейся системе «Земля + Диск 1+ Диск 2» присоединяется диск 3 (стержень DE на рис. 2.8, *г*) с помощью шарнира D и опорного стержня в точке Е (правило 2).

Поскольку образование рамы (рис. 3.8, *а*) подчиняется установленным правилам и выявлена одна избыточная связь, то заданная система – геометрически неизменяемая и один раз статически неопределимая (ГН СН).

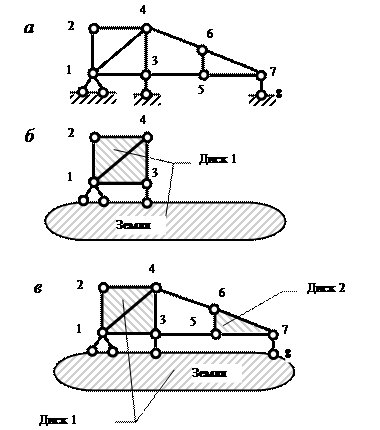
***Пример 4.*** Кинематичес­кий анализ фермы (рис. 3.9, *а*).

Ферма собирается в такой последовательности.

1-й этап. Из трех стержней (1-2, 2-4, 1-4) образуется диск – треугольник 1-2-4 (правило 3), к которому прикрепляется узел 3 (правило 1) стержнями 1-3 и 4-3. Полученный диск 1-2-4-3 соединяется с землей тремя опорными связями (правило 2), образуя Диск 1 (рис. 3.9, *б*).

2-й этап. Три стержня (5-6, 6-7, 5-7) образуют по правилу 3 Диск 2 (рис. 3.9, *в*).

3-й этап. Диск 2 соединяется с Диском 1 тремя связями (4-6, 3-5, 7-8), но так как все эти связи пересекаются в одной точке 7, то правило 2 нарушается. Возможен взаимный поворот Диска 1 и Диска 2 относительно узла 7 на бесконечно малый угол.



**Рис.3.9. Последовательность сборки фермы**

Ввиду нарушения правила 2 заданная система является мгновенно изменяемой и не может служить расчетной схемой сооружения.

***Пример 5.*** Найти степень свободы балки (см. рис. 3.6, *а*).

Балка состоит из трех дисков (стержней) AC, CE, EF, соединенных между собой двумя простыми шарнирами С и Е и прикрепленных к земле пятью опорными связями. Поэтому *Д* = 3, *Ш* = 2, *С* = 0, *С*О = 5 и по формуле (1) получаем *W* = 3·3 – 2·2 – 0 – 5 = 9 – 9 = 0, что является необходимым признаком геометрически неизменяемой и статически определимой системы. Этот вывод подтверждается в примере 1.

***Пример 6.*** Найти степень свободы фермы (см. рис. 3.7, *а*).

Будем использовать формулу (1) и считать каждый стержень фермы диском, т. е. *Д* = 9. Шарниры 2 и 5 соединяют по два стержня фермы, поэтому они простые. Шарниры 1 и 6 соединяют по три стержня фермы, поэтому они двухкратные. Шарниры 3 и 4 – трехкратные. Общее число простых шарниров *Ш* = 2·1 + 2·2 + 2·3 =12. Опорных связей – три.

Получаем *W* = 3·9 – 2·12 – 3 = 27 – 27 = 0.

При использовании формулы (2) имеем *С* = 9, *У* = 6, *С*О = 3.

Получаем *W* = 2·6 – 9 – 3 = 12 – 12 =0.

Этот пример демонстрирует преимущество формулы (2) перед формулой (1). Признак ГН СО системы подтверждается в примере 2.

***Пример 7.*** Найти степень свободы рамы (см. рис. 3.8, *а*).

Рама состоит из трех дисков AB, BCD и DE, соединенных между собой двумя простыми шарнирами B и D. К земле рама прикрепляется шестью опорными связями (три в жесткой заделке А, две в опоре С, одна в опоре Е). Поэтому *Д* = 3, *Ш* = 2, *С* = 0, *С*О = 6 и по формуле (1) получаем

*W* = 3·3 – 2·2 – 0 – 6 = –1, что является необходимым признаком ГН СН системы. Этот вывод подтверждается в примере 3.

***Пример*** ***8.*** Найти степень свободы фермы (см. рис. 3.9, *а*).

При использовании формулы (2) имеем *С* = 10, *У* = 7, *С*О = 4.

Получаем *W* = 2·7 – 10 – 4 = 14 – 14 =0, что указывает на ГН СО систему. Однако анализ образования фермы (см. пример 4) приводит к выводу о мгновенной изменяемости системы. Этот пример демонстрирует недостаточность вычисления степени свободы системы по формуле для окончательного вывода о виде системы.

***Пример*** ***9.*** Кинематический анализ системы (рис. 3.10, *а*).

Система состоит из трех дисков Д1, Д2 и Д3, которые соединяются между собой пятью связями 1…5. Диски Д1 и Д3 прикреплены к земле шарнирно-неподвижными опорами А и В, каждая из которых эквивалентна двум опорным связям. Поэтому *Д* = 3, *Ш* = 0, *С* = 5, *С*О = 4 и по формуле (1) получаем

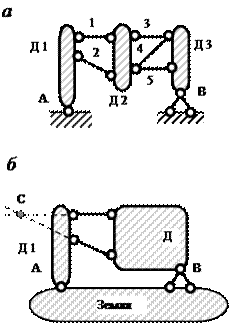
*W* = 3·3 – 2·0 – 5 – 4 = 9 – 9 = 0.

Система собирается в такой последователь­ности:

1-й этап. Диски Д2 и Д3 соединяются связями 3, 4, 5 по правилу 2 и образуют новый диск Д (рис. 3.10, *б*);

2-й этап. Три диска (Д1, Д и земля) по правилу 3 соединяются тремя шарнирами: действительными А, В и фиктивным С, не лежащими на одной прямой.

Следовательно, система – ГН СО.



**Рис.3.10. Схемы к примеру 9**

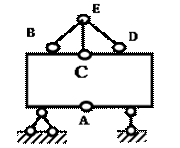
***Пример 10.*** Кинематический анализ системы (рис. 3.11).

Для вычисления степени свободы системы по формуле (1) рассмотрим два варианта. В первом варианте считаем, что система состоит из пяти дисков – ломаных стержней ABC, ADC и прямых стержней BE, CE, DE.

Тогда шарниры A, B, D – простые, а шарниры С и Е – двухкратные.

При *Д* = 5, *Ш* = 7, *С* = 0, *С*О = 3 получаем

*W* = 3·5 – 2·7 – 0 – 3 = 15 – 17 = –2.



**Рис.3.11. Схема к примеру 10**

Во втором варианте считаем, что система состоит из трех дисков – ABC, ADC и EC, которые соединяются простым шарниром А, двухкратным шарниром С и двумя связями BE и DE.

При *Д* = 3, *Ш* = 3, *С* = 2, *С*О =3 получаем

*W* = 3·3 – 2·3 – 2 – 3 = 9 – 11 = –2.

*Замечание: нельзя считать систему состоящей только из двух дисков (ломаных стержней ABC и ADC), так как в этом случае стержни BE, CE, DE не соединяют диски между собой.*

Система собирается в следующей последовательности:

1-й этап. Диски ABC и ADC соединяются в один диск двумя шарнирами А и С, т. е. четырьмя связями, одна их которых будет избыточной (правило 2).

2-й этап. К полученному диску присоединяется узел Е тремя связями, одна их которых будет избыточной (правило 1).

3-й этап. Собранный диск с двумя избыточными связями прикрепляется к земле тремя опорными связями (правило 3).

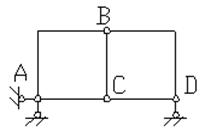
Следовательно, заданная система – ГН СН (два раза).

***Пример 11.*** Произвести кинематический анализ системы (рис.3.12).

Определяем степень свободы системы по формуле П.Л.Чебышева:

*W = 3Д – 2Ш – С0,*

где *Д* – число дисков, *Ш* – число простых шарниров, *С0* – количество стержней.

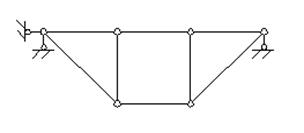


**Рис.3.12. Схема к примеру 11**

Отбрасывая все шарниры и опорные стержни, находим, что система состоит из пяти дисков (*Д*=5). Отбрасывая опорные стержни, определяем число шарниров, приведенных к простым (*Ш*=6: по два в точках *В* и *С*, по одному – в точках *А* и *Д*). Число опорных стержней - *С0* =3.

Отсюда *W* = 3∙5 – 2∙6 – 3 = 0, то есть система может быть геометрически неизменяемой и статически неопределимой. Чтобы убедиться, что это так, выполним анализ структуры системы. Так как диски *АВ*, *ВС* и *АС* связаны тремя шарнирами *А, В* и *С*, не лежащими на одной прямой, то они образуют диск, к которому жестко присоединен диск *ВД* с помощью шарнира *В* и стержня *СД*, ось которого не проходит через центр шарнира. Эта неизменяемая фигура жестко присоединена к земле с помощью трех стержней, не пересекающихся в одной точке. Таким образом, система (рис.1.14) геометрически неизменяема и не является мгновенно изменяемой.

***Пример 12.*** Выполнить кинематический анализ системы (рис.3.13).



**Рис.3.13. Схема к примеру 12**

Так как система является шарнирно-стержневой, то для определения ее степени свободы используем формулу (2):

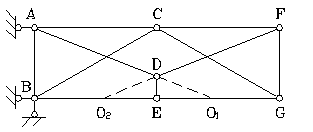
*W = 2У – С – С0,*

где *У* – число узлов фермы; *С* – число внутренних стержней; *С0* – число опорных стержней.

Здесь *У*=6, *С*=8, *С0*=3, следовательно, *W* = 2∙6 – 8 – 3 = 1.

Таким образом, система имеет одну степень свободы, и не может использоваться как строительная конструкция.

***Пример 13.*** Исследовать ферму (рис.3.14).



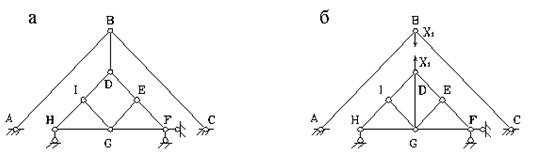
**Рис.3.14. Схема к примеру 13**

По формуле (2) определяем степень свободы фермы: *W* = 2∙7 – 11 – 3 = 0, следовательно, система может быть геометрически изменяемой и статически определимой.

Проанализируем систему. Она состоит из трех дисков – треугольники *АВС*, *CFG* и стержень *DЕ*, связанных между собой стержнями *ВЕ*, *АD*, *ЕG*, *DF*, которые можно заменить фиктивными шарнирами *О1, О2* и шарниром *С*. Следовательно, можно сделать вывод: все стержни соединены между собой жестко и прикрепляются к земле так же жестко с помощью трех стержней, не пересекающихся в одной точке.

Для проверки системы на мгновенную изменяемость применим *способ нулевой нагрузки* – определим опорные реакции и усилия во всех стержнях при условии, что внешней нагрузки нет. Из условий равновесия всей системы (Σ*МА* = 0;Σ*МВ* = 0;Σ*У* =0) находим, что опорные реакции равны нулю. Вырезая узел *Е* и проектируя все силы на вертикаль, находим, что усилие в вертикальном стержне *NDЕ* = 0. Затем, записывая уравнения проекций двух сил, сходящихся в узле *D* (третья сила - *NDЕ* = 0), на направления нормалей к этим стержням, находим, что усилия в стержнях *DА* и *DF* также равны нулю. Наконец, рассматривая равновесие узлов *A, F, B, G*, находим, что усилия во всех стержнях системы при отсутствии нагрузки равны нулю, следовательно, система неизменяемая.

***Пример 14.*** Выполнить кинематический анализ системы (рис.3.15,*а*).

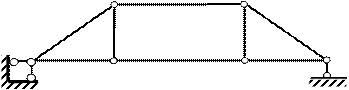


**Рис.3.15. Схема к примеру 14**

По формуле (2) определяем степень свободы: *W* = 2∙9 – 11 – 7 = 0, то есть система обладает необходимым минимумом связей, чтобы быть геометрически неизменяемой. Для проверки того, является ли система действительно неизменяемой, используем ***метод замены стержней.*** Выберем заменяющую систему (рис.3.15,*б*). Здесь отброшен стержень *ВD*, а его действие заменено силами *Х1*, и добавлен заменяющий стержень *DG*. Выбранная заменяющая система неизменяема: стержни *АВ, ВС* и земля жестко соединены тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой. А нижняя часть системы неизменяема, поскольку состоит из треугольника (например, *GHI*), к которому жестко прикреплены все остальные узлы с помощью диад, и все это прикреплено к земле тремя опорными стержнями.

Теперь определим усилие в заменяющем стержне от сил *Х1* = 1. Вырезая последовательно узлы *E, I, G* и рассматривая их равновесие, получим, что усилие в заменяющем стержне равно нулю, следовательно, исходная система - мгновенно изменяемая.

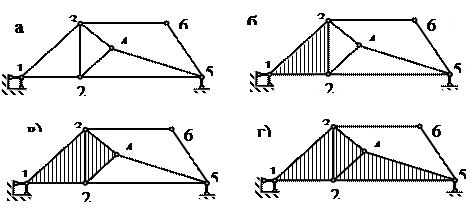
***Пример 15.*** Произвести анализ образования системы, показанной на рис.3.16*.*



**Рис.3.16. Схема к примеру 15**

Вначале определяем степень свободы системы. Поскольку система является шарнирно-стержневой - воспользуемся формулой (2) *W = 2У – С – С0* . Число узлов системы *У*=6, число стержней системы *С*=8, число опорных стержней *С*0=3, следовательно, *W* = 2∙6 – 8 – 3 = 12 - 1 = +1. Система имеет одну степень свободы и не может быть использована в качестве строительной конструкции.

***Пример 16.*** Произвести анализ образования системы, показанной на рис.3.17, *а*.



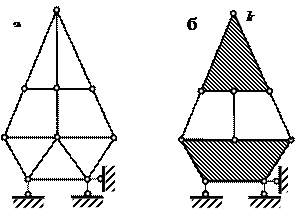
**Рис.3.17. Схема к примеру 16**

1. Пользуясь формулой (2) *W = 2У – С – С0* для шарнирно-стержневых систем определяем число степеней свободы. Поскольку, число узлов системы *У*=6, число стержней системы *С*=9, число опорных стержней *С*0=3, следовательно, *W* = 2∙6 – 9 – 3 = 0, следовательно, система имеет необходимое количество связей, чтобы быть неизменяемой и статически определимой.

2. Проводим анализ структуры системы. Рассмотрим треугольник 123, который в соответствии с третьим признаком является неизменяемой системой. Считая его жестким диском (заштрихован на рис. 3.17, *б*), присоединим к нему двумя стержнями (3-4 и 2-4) узел 4. Эти стержни не лежат на одной прямой, следовательно, на основании первого принципа узел 4 неподвижно прикреплен к диску 123. Полученная система также является жестким диском (заштрихован на рис.3.17, *в*). Прикрепив к нему двумя стержнями (4-5 и 2-5) узел 5 снова получим жесткий диск, заштрихованный на рис.3.17, *г*). К этому диску присоединим двумя стержнями (3-6 и 5-6) не лежащими на одной прямой последний узел 6.

Поскольку система образована в соответствии с принципами образования структурно неизменяемых систем, она неизменяема и не является мгновенно изменяемой. К земле система прикреплена так же жестко, с помощью трех опорных стержней, не пересекающихся в одной точке.

***Пример 17.*** Произвести кинематический анализ системы, показанной на рис. 3.18.



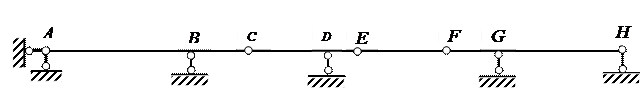
**Рис.3.18. Схема к примеру 17**

1. Пользуясь формулой *W = 2У – С – С0* для шарнирно-стержневых систем определяем число степеней свободы. Поскольку, число узлов системы *У*=9, число стержней системы *С*=15, число опорных стержней *С*0=3, следовательно, *W* = 2∙9 – 15 – 3 = 0, следовательно, система имеет необходимое количество связей, чтобы быть геометрически неизменяемой.

2. Проводим анализ структуры системы. Вначале найдем заведомо неизменяемые части системы – два диска, образованные треугольниками (заштрихованы на рис. 3.18, *б*). Они соединены тремя стержнями. Однако эти стержни пересекаются в одной точке (т. *k* нарис. 3.18, *б*). Следовательно, система мгновенно изменяемая.

***Пример 18****.* Проанализировать систему, изображенную на рис. 3.19.

Система состоит из четырех дисков (*AС, СE, EF* и *FH*) т.е. *Д=*4. Число шарниров *Ш=*3 (все шарниры простые). Число опорных *стержней* *С*0=2+1∙4=6. Степень свободы системы по формуле *W = 3Д – 2Ш – С0* = 3∙4-2∙3-6=0.

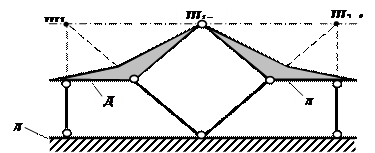


**Рис.3.19. Схема к примеру 18**

Необходимое условие неизменяемости системы удовлетворено. Производим анализ структуры. Диск *АС* присоединен к земле тремя опорными стержнями, не пересекающимися в одной точке. Такое прикрепление обеспечивает неподвижность диска *АС*. К нему шарниром *С* и к земле опорным стержнемв точке *D* прикреплен диск *СЕ.* При этом ось стержня *D*  не проходит через шарнир *С.* К полученной неизменяемой системе стержнем *EF* и двумя опорными стержнями в точках *G* и *H* присоединен диск *FH*. Эти три стержня не пересекаются в одной точке.

Таким образом, рассматриваемая система неизменяема и не является мгновенно изменяемой.

***Пример 19.*** Проверить геометрическую неизменяемость системы, приведенной на рис. 3.20.



**Рис.3.20. Схема к примеру 19**

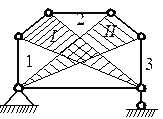
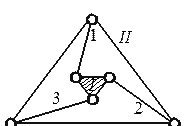
Здесь: *Д*=2; *Ш*=1; *С*о =4. По формуле *W = 3Д – 2Ш – С0* = 3∙2-2∙1-4=0.

Следовательно, система имеет необходимое количество связей, чтобы неизменяемой. Проанализируем ее структуру.

Вместе с землей система состоит из трех дисков, соединенных между собой шарниром *Ш1–2* и четырьмя стержнями, эквивалентными условным шарнирам *Ш1–3* и *Ш2–3.*

Так как три шарнира, соединяющие три диска, лежат на одной прямой, система мгновенно изменяема.

***Пример 20.*** Выполнить кинематический анализ шарнирно-стержневых систем (рис.3.21, *а, б*).

***а)******б)***

**Рис.3.21. Схема к примеру 20**

а) неприкрепленная ферма, где *С* = 9, *У* = 6, 9 = 2∙6 – 3, является геометрически неизменяемой, поскольку внутренний – I и внешний – II диски соединены тремя стержнями.

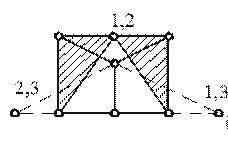
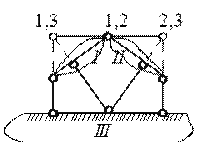
б) прикрепленная ферма, где *С* = 9, *У* = 6, *С*0 = 3, 9 + 3 = 2∙6, является геометрически неизменяемой, так как диски I и II соединены тремя стержнями.

***Пример 21.*** Выполнить кинематический анализ стержневых систем (рис.3.22, *а, б, в*).

а) неприкрепленная шарнирно-стержневая система, где *С* = 11, *У* = 7, 11 = 2∙7 – 3, является геометрически неизменяемой. Образована способом трехшарнирной арки, то есть тремя дисками I, II, III, соединенными одним реальным (1, 2) и двумя фиктивными (2, 3; 1, 3) шарнирами, не лежащими на одной прямой.

б) прикрепленная шарнирно-стержневая система, где *С* = 6, *У* = 5, *С*0 = 4, 6 + 4 = 2∙5, является мгновенно геометрически изменяемой. Поскольку три шарнира (1, 3; 1, 2; 2, 3), соединяющие три диска I, II, III лежат на одной прямой.

в) прикрепленная комбинированная система, где *D* = 2, Ш = 1, *С*0 = 4, *W* = 3∙2 - 2∙1 – 4 = 0, является мгновенно геометрически изменяемой, так как один реальный (1, 2) и два фиктивных шарнира (1, 3; 2, 3), соединяющие три диска I, II, III, лежат на одной прямой.

***а)*** ***б)*** ***в)***

**Рис.3.22. Схема к примеру 21**

## 3.3. Степень изменяемости системы

Системы не связанные с землей

Для системы, не связанной с землей, вместо степени свободы *W* вводится характеристика степень изменяемости *V*, которую вычисляют по формулам:

*V = 3Д – 2Ш – С – 3*, (3)

*V = 2У – С – 3*, (4)

где смысл обозначений такой же, как в формулах (1) и (2).

Если *V* > 0, то система геометрически изменяемая.

Если *V* = 0, то система геометрически неизменяемая и статически определимая.

Если *V* < 0, то система геометрически неизменяемая и статически неопределимая.

Условия геометрической неизменяемости *V* =0 и *V*<0 являются необходимыми, но недостаточными. Для окончательного вывода о виде системы необходимо анализировать порядок образования системы (см. примеры ниже).

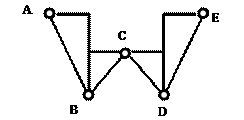
***Пример 22.*** Кинематический анализ системы (рис. 3.23).

Cчитаем, что система состоит из двух ломаных стержней ABC, CDE и четырех прямых стержней AB, BC, CD, DE.

Шарниры A и Е – простые, шарниры B и D – двухкратные, шарнир С – трехкратный.

При *Д* = 6, *Ш* = 9, *С* = 0 получаем

*V* = 3·6 – 2·9 – 0 – 3 = 18 – 21 = –3.



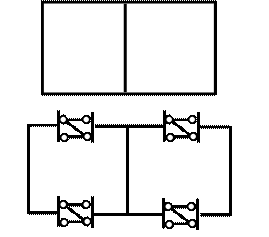
**Рис.3.23. Схема к примеру 22**

Анализируем порядок образования системы. На ломаный стержень АВС накладываются две связи АВ и ВС, которые получаются избыточными. Аналогично, избыточными являются связи CD и DE для ломаного стержня CDE. Два диска АВС и CDE соединяются только шарниром С и для использования правила 2 не достает одной связи.

Следовательно, система геометрически изменяемая, хотя и содержит три избыточные связи в отдельных своих частях. Систему можно сделать геометрически неизменяемой, если изменить расположение некоторых связей, например, заменить стержень BC на стержень BD.

***Пример 23.*** Кинематический анализ системы (рис. 3.24).

Рама имеет два замкнутых контура, а формула (3) не допускает наличия замкнутых контуров. Поэтому разделим раму четырьмя сечениями на три части (диска), соединенных между собой тремя связями в каждом из проведенных сечений.



**Рис.3.24. Схема к примеру 23**

Тогда получаем *Д* = 3, *Ш* = 0,

*С* = 3∙4 =12 и степень изменяемости

*V* = 3∙3 –0 – 12 – 3 = –6.

Анализируем порядок образования системы. К среднему диску прикрепляется левый диск с помощью шести связей, три из которых являются избыточными. Затем к образованному диску присоединяется правый диск с помощью шести связей, три из которых также избыточные.

Следовательно, анализируемая система геометрически неизменяемая и содержит шесть избыточных связей.

Обратная связь : +79084784890 (viber , WhatsApp, telegram), страница в ВК: <https://vk.com/id58154901> , email : livanova-o@list.ru